



全国优秀教材特等奖

普通高中教科书

普通高中教科书

数
学

必
修

第
一
册

数学

必修

第一册

PUTONG GAOZHONG JIAOKESHU
SHUXUE



绿色印刷产品

9 787117 455655 >



定价： 元

人民教育出版社

人民教育出版社

A版

普通高中教科书

数学

必修

第一册

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心 | 编著 |

人民教育出版社
· 北京 ·

A版

主 编：章建跃 李增沪
副 主 编：李 勇 李海东 李龙才
本册主编：李海东 郭玉峰

编写人员：王 嵘 白 涛 刘长明 刘春艳 李柏青 宋莉莉 张劲松
周远方 赵 昕 胡永建 俞求是 郭玉峰 郭慧清 黄炳锋
章建跃 薛红霞

责任编辑：王 嵘
美术编辑：王俊宏

普通高中教科书 数学 必修 第一册
人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心 编著

出 版 人民教育出版社
(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081)
网 址 <http://www.pep.com.cn>
重 印 ××× 出版社
发 行 ××× 新华书店
印 刷 ××× 印刷厂
版 次 年 月第 版
印 次 年 月第 次印刷
开 本 890 毫米 × 1240 毫米 1/16
印 张 16.75
字 数 248 千字
印 数 册
书 号 ISBN 978-7-107-33565-5
定 价 元
定价批号：××号 审图号：GS(××××)××××号

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或本产品任何部分·违者必究
如发现内容质量问题，请登录中小学教材意见反馈平台：jcyjfk.pep.com.cn
如发现印、装质量问题，影响阅读，请与 ××× 联系调换。电话：×××-××××××××

主编寄语

亲爱的同学，欢迎使用这套教科书，希望它能成为你学习数学的好帮手。在开始学习前，我们想就数学学习中的一些问题与你做点交流。

首先，你想过为什么要学那么多数学吗？高中生应该认真思考这个问题了。其实道理很明显，就是因为**数学有用**。数学不仅对社会发展和科技进步作用巨大，而且对你个人的发展也很重要。努力学好数学对你的人生幸福意义重大，这个道理在你今后学习、工作和生活中会逐步体会到。

第二，**要采用多样化学习方式**。高中数学内容的抽象程度提高了，要以更加积极主动的态度、刻苦钻研的精神，采取阅读自学、独立思考、实践探究、合作交流等多种学习方式，才能更好地掌握它。内容越抽象，就越需要静下心来，持之以恒地思考，然后才能有所领悟、有所收获。

第三，**注重基础，拾阶而上**。数学的特点是逻辑严谨，从概念到性质再到应用环环相扣，前面知识未理解，后续学习就必然会遇上实质性困难。学数学，既没有捷径，也没有灵丹妙药，唯有按数学的方式，按部就班地学，循序渐进地想，在基础知识上下足功夫，才能取得好成效。

第四，**按学习规律办事**。理解概念、熟练技能和准确表达是数学学习的“三要素”，做好这些的要诀是遵循学习规律，掌握学习节奏。概念是数学的精要所在，必须深刻理解、牢固掌握，因此概念学习要“慢慢来”。例如，函数是贯穿高中数学的一条主线，是重中之重的内容，因为其抽象程度高而成为许多同学的学习难点。在起始阶段囫圇吞枣、贪多求快，就会给后续学习埋下隐患。学好它的秘诀在于慢，慢下来，仔细阅读教科书，用心揣摩每句话，搞懂每个例题，在探究、质疑、反思中逐渐领悟函数的概念及其蕴含的数学思想和方法，并用简明扼要的语言概括出来，从而实现认识的升华。这个过程，貌似慢而实为快，在反复推敲中悟出学习窍门，达到举一反三、触类旁通的效果，进而一通百通，由慢转快。这样的快是真快，是无后顾之忧的快，是充满智慧的快。

第五，**重视严格的数学训练，独立完成作业**。做作业的目的是：加深理解知识，熟练基本技能；学会思考，培养数学能力；查漏补缺，培养良好的学习习惯。本套书中的习题是精心挑选的，看似不难但寓意深刻，要高度重视。完成作业，独立思考最重要，遇到困难不能轻言放弃。有含金量的数学题往往要绞尽脑汁，一时做不出很正常，如果浅尝辄止，急于“刷题”看答案，这是自欺欺人，受害的是你自己。

最后，**学习贵在创新**。理解概念、学会证明、领会思想、掌握方法都是必备基础，还要善于发现和提出问题，“凡事问个为什么”，这样才能学会学习。在这套教科书中，我们注重在提问方面做出示范，期望你能“看过问题三百个，不会解题也会问”。

学数学趁年轻。高中阶段是接受数学训练、打好数学基础的最佳时期。这个时期下功夫学数学，将使你终生受益。期盼这套教科书能给你带来愉快，使你的数学素养得到大幅提升。

本册导引

本书根据《普通高中数学课程标准（2017年版）》编写，包括“集合与常用逻辑用语”“一元二次函数、方程和不等式”“函数的概念与性质”“指数函数与对数函数”“三角函数”五章内容和“数学建模——建立函数模型解决实际问题”。

集合是刻画一类事物的语言和工具，是现代数学的基础；常用逻辑用语是数学语言的重要组成部分，是数学表达和交流的工具。在“集合与常用逻辑用语”的学习中，同学们将学习集合的概念、基本关系和运算，学习用集合语言刻画一类事物的方法；并学习用逻辑用语表达数学对象、进行数学推理，为高中数学学习做准备。

相等关系和不等式关系是数学中最基本的数量关系。在“一元二次函数、方程和不等式”的学习中，同学们将类比等式学习不等式。通过梳理初中数学的相关内容，理解一元二次函数、一元二次方程和一元二次不等式之间的联系，从函数观点认识方程与不等式，感悟数学知识之间的关联，完成初高中数学学习的过渡。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型，它的思想方法贯穿了高中数学课程的始终。在“函数的概念与性质”中，同学们将在初中的基础上，进一步学习运用集合与对应的语言刻画函数概念，学习函数的基本性质，并通过幂函数的学习感受如何研究一个函数，如研究的内容、思路和方法，进一步感受函数的思想方法和广泛应用。

“指数爆炸”“对数增长”是生活中常见的变化现象。在“指数函数与对数函数”中，同学们将类比幂函数的研究方法，学习指数函数与对数函数的概念、图象和性质。通过对几类基本初等函数的变化差异的比较，体会如何根据变化差异选择合适的函数类型构建数学模型，刻画现实问题的变化规律，解决简单的实际问题。

三角函数也是一类基本的、重要的函数，它是刻画现实世界中具有周期性变化现象的数学模型。在“三角函数”的学习中，同学们将学习借助单位圆建立一般三角函数的概念，学习三角函数的图象和性质，探索和研究三角函数之间的一些恒等关系。通过建立三角函数模型刻画周期变化现象，进一步体会函数的广泛应用。

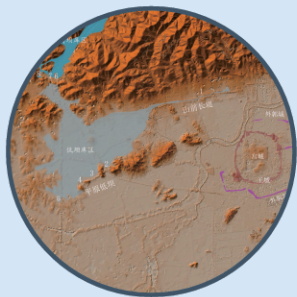
祝愿同学们通过本册书的学习，不但学到更多的数学知识，而且在数学能力、数学核心素养等方面都有较大的提高，并培养起更高的数学学习兴趣，形成对数学的更加全面的认识。

目 录

第一章 集合与常用逻辑用语	1
1.1 集合的概念	2
1.2 集合间的基本关系	7
1.3 集合的基本运算	10
阅读与思考 集合中元素的个数	15
1.4 充分条件与必要条件	17
阅读与思考 几何命题与充分条件、必要条件 ..	24
1.5 全称量词与存在量词	26
小结	33
复习参考题 1	34
第二章 一元二次函数、方程和不等式	36
2.1 等式性质与不等式性质	37
2.2 基本不等式	44
2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	50
小结	56
复习参考题 2	57
第三章 函数的概念与性质	59
3.1 函数的概念及其表示	60
阅读与思考 函数概念的发展历程	75
3.2 函数的基本性质	76
信息技术应用 用计算机绘制函数图象	87
3.3 幂函数	89
探究与发现 探究函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图象与性质	92
3.4 函数的应用 (一)	93
文献阅读与数学写作* 函数的形成与发展	97
小结	99
复习参考题 3	100

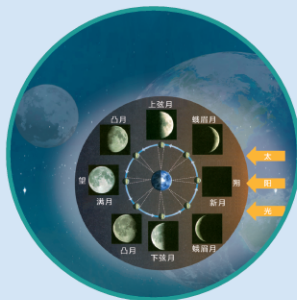


第四章 指数函数与对数函数	103
4.1 指数	104
4.2 指数函数	111
阅读与思考 放射性物质的衰减	115
信息技术应用 探究指数函数的性质	120
4.3 对数	122
阅读与思考 对数的发明	128
4.4 对数函数	130
探究与发现 互为反函数的两个函数图象间的关系 ..	135
4.5 函数的应用(二)	142
阅读与思考 中外历史上的方程求解	147
文献阅读与数学写作* 对数概念的形成与发展	157
小结	158
复习参考题 4	159



数学建模 建立函数模型解决实际问题

第五章 三角函数	167
5.1 任意角和弧度制	168
5.2 三角函数的概念	177
阅读与思考 三角学与天文学	186
5.3 诱导公式	188
5.4 三角函数的图象与性质	196
探究与发现 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 及	
函数 $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ 的周期	203
探究与发现 利用单位圆的性质研究正弦函数、	
余弦函数的性质	208
5.5 三角恒等变换	215
信息技术应用 利用信息技术制作三角函数表	224
5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	231
5.7 三角函数的应用	242
阅读与思考 振幅、周期、频率、相位	250
小结	251
复习参考题 5	253



部分中英文词汇索引

部分中英文词汇索引	258
-----------------	-----

第一章

集合与常用逻辑用语

我们知道，方程 $x^2=2$ 在有理数范围内无解，但在实数范围内有解。在平面内，所有到定点的距离等于定长的点组成一个圆；而在空间中，所有到定点的距离等于定长的点组成一个球面。因此，明确研究对象、确定研究范围是研究数学问题的基础。为了简洁、准确地表述数学对象及研究范围，我们需要使用集合的语言和工具。事实上，集合的知识是现代数学的基础，也是高中数学的基础，在后面各章的学习中将越来越多地应用它。在本章，我们将学习集合的概念、基本关系和运算，学习用集合语言刻画一类事物的方法。

逻辑用语是数学语言的重要组成部分，是数学表达和交流的工具。学习一些常用逻辑用语，可以使我们正确理解数学概念、合理论证数学结论、准确表达数学内容。逻辑用语也是日常交往、学习和工作中必不可少的工具，正确使用逻辑用语是每一位公民应具备的基本素养。本章我们将通过常用逻辑用语的学习，理解使用逻辑用语表达数学对象、进行数学推理的方法，体会逻辑用语在表述数学内容和论证数学结论中的作用，学会使用集合和逻辑语言表达和交流数学问题，提升交流的逻辑性和准确性。



1.1 集合的概念

在小学和初中，我们已经接触过一些集合. 例如，自然数的集合，同一平面内到一个定点的距离等于定长的点的集合（即圆）等. 为了更有效地使用集合语言，我们需要进一步了解集合的有关知识. 下面先从集合的含义开始.

看下面的例子：

- (1) 1~10 之间的所有偶数；
- (2) 立德中学今年入学的全体高一学生；
- (3) 所有的正方形；
- (4) 到直线 l 的距离等于定长 d 的所有点；
- (5) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的所有实数根；
- (6) 地球上的四大洋.

例 (1) 中，我们把 1~10 之间的每一个偶数作为元素，这些元素的全体就是一个集合；同样地，例 (2) 中，把立德中学今年入学的每一位高一学生作为元素，这些元素的全体也是一个集合.

思考

上面的例 (3) 到例 (6) 也都能组成集合吗？它们的元素分别是什么？

一般地，我们把研究对象统称为**元素** (element)，把一些元素组成的总体叫做**集合** (set) (简称为**集**).

给定的集合，它的元素必须是确定的. 也就是说，给定一个集合，那么一个元素在或不在这个集合中就确定了. 例如，“1~10 之间的所有偶数”构成一个集合，2, 4, 6, 8, 10 是这个集合的元素，1, 3, 5, 7, 9, …不是它的元素；“较小的数”不能构成集合，因为组成它的元素是不确定的.

一个给定集合中的元素是互不相同的. 也就是说，集合中的元素是不重复出现的.

只要构成两个集合的元素是一样的，我们就称这两个集合是**相等**的.

我们通常用大写拉丁字母 A, B, C, \dots 表示集合，用小写拉丁字母 a, b, c, \dots 表示集合中的元素.

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a **属于** (belong to) 集合 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是

集合 A 中的元素, 就说 a **不属于** 集合 A , 记作 $a \notin A$.

例如, 若用 A 表示前面例 (1) 中 “1~10 之间的所有偶数” 组成的集合, 则有 $4 \in A$, $3 \notin A$, 等等.

数学中一些常用的数集及其记法
全体非负整数组成的集合称为非负整数集 (或自然数集), 记作 \mathbf{N} ;
全体正整数组成的集合称为正整数集, 记作 \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ ;
全体整数组成的集合称为整数集, 记作 \mathbf{Z} ;
全体有理数组成的集合称为有理数集, 记作 \mathbf{Q} ;
全体实数组成的集合称为实数集, 记作 \mathbf{R} .

从上面的例子看到, 我们可以用自然语言描述一个集合. 除此之外, 还可以用什么方式表示集合呢?

列举法

“地球上的四大洋” 组成的集合可以表示为 {太平洋, 大西洋, 印度洋, 北冰洋}; “方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的所有实数根” 组成的集合可以表示为 {1, 2}.

像这样把集合的所有元素一一列举出来, 并用花括号 “{ }” 括起来表示集合的方法叫做**列举法**.

例 1 用列举法表示下列集合:

- (1) 小于 10 的所有自然数组成的集合;
- (2) 方程 $x^2 = x$ 的所有实数根组成的集合.

解: (1) 设小于 10 的所有自然数组成的集合为 A , 那么

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

(2) 设方程 $x^2 = x$ 的所有实数根组成的集合为 B , 那么

$$B = \{0, 1\}.$$

由于元素完全相同的两个集合相等, 而与列举的顺序无关, 因此一个集合可以有不同的列举方法. 例如, 例 1 (1) 的集合还可以写成

$$A = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0\}$$

等.

思考

- (1) 你能用自然语言描述集合 {0, 3, 6, 9} 吗?
- (2) 你能用列举法表示不等式 $x - 7 < 3$ 的解集吗?